# CORSO DI AZZERAMENTO DA SVILUPPARE DAL 14 SETTEMBRE AL 30 SETTEMBRE

## ARGOMENTI DI MATEMATICA
## CLASSE QUARTA

ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE "PANELLA – VALLAURI" – R.C.

ALLA FAMIGLIA DELL'ALUNNO ..........................................................................

CLASSE 4^ SEZ. ..........

Argomenti di **MATEMATICA** trattati nel corso di recupero estivo - A.S. 2016/17 :

**ORE di PRESENZA dell'alunno al corso:** .............. su 15

- **DEFINIZIONE DI FUNZIONE**
- **DOMINIO, SEGNO E INTERSEZIONI CON GLI ASSI (nel caso polinomiale e razionale fratta)**
- **TABELLA DERIVATE FONDAMENTALI**
- **TABELLA DERIVATE FUNZIONI COMPOSTE**

**NOTE:**

- **Viene fornita una breve dispensa relativa agli argomenti trattati;**
- **Il lavoro in essa indicato deve essere svolto dopo il 15 agosto e costituisce un ripasso in vista degli esami di fine agosto;**
- **GLI ESAMI SONO PREVISTI PER LUNEDI 28 AGOSTO dalle 15 alle 16,30 (UNA PROVA SCRITTA)**
- **Presentare al proprio insegnante la dispensa compilata, durante l'esame di recupero, a testimonianza del lavoro svolto;**
- **IL CORSO OVVIAMENTE NON PUO' GARANTIRE IL COMPLETO RECUPERO DELLE LACUNE per cui ogni ragazzo DEVE CONTINUARE AUTONOMAMENTE A STUDIARE a casa, ANCHE dopo la fine del corso stesso.**
- **La prova d'esame riguarderà le tematiche trattate durante il corso.**

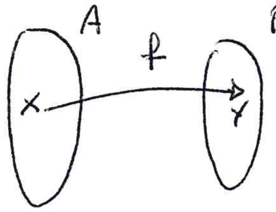
**Il docente che ha tenuto il Corso: prof.** FALSONE CARMELA

**Firma di un famigliare (per presa visione)**

..................................................

# Le funzioni

Dati due insiemi non vuoti A e B, si chiama funzione di A in B una relazione tra i due insiemi tale che ad ogni $x \in A$ corrisponde uno e un solo $y \in B$ e, poiché y è l'immagine di x tramite la funzione, si avrà $y = f(x)$. Tale funzione è in forma esplicita. In forma implicita sarà $F(x; y) = 0$




$f: A \to B$

L'insieme di partenza A è detto dominio (D) della funzione, l'insieme delle immagini è detto codominio (C) e può essere l'insieme B o un suo sottoinsieme. Quando il dominio e il codominio sono insiemi o sottoinsiemi dell'insieme dei numeri reali R, si ha una funzione reale di variabile reale, dove x è la variabile indipendente e y la variabile dipendente.

| CLASSIFICAZIONE | | |
|---|---|---|
| ALGEBRICHE | | TRASCENDENTI |
| RAZIONALI | INTERE<br>FRATTE | LOGARITMICHE |
| | | ESPONENZIALI |
| IRRAZIONALI | INTERE<br>FRATTE | GONIOMETRICHE |

Per determinare il campo di esistenza (C.E.) di una funzione occorre trovare tutti i valori reali di x a cui corrisponde una y reale.

Se la funzione è algebrica razionale intera il C.E. è $\forall x \in R$ (per ogni x appartenente a R) cioè $(-\infty ; \infty)$.

Se la funzione è algebrica razionale fratta (la x compare al denominatore), essa esiste quando il denominatore è diverso da zero.

$$y = \frac{3x-1}{x^2-1}$$

$$x^2 - 1 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$$

C.E. $x \neq -1$ e $x \neq 1$


$(-\infty ; -1) \cup (-1 ; 1) \cup (1 ; +\infty)$

Trova l'insieme di esistenza delle seguenti funzioni:

$$y = x^2 - 4$$

$$y = \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + x$$

$$y = \frac{x-1}{x+2}$$

$$y = \frac{x+5}{x^2+5x+4}$$

# Intersezioni con gli assi

Per tracciare il grafico di una funzione, dopo aver determinato il campo di esistenza, bisogna calcolare i punti di intersezione della funzione con gli assi cartesiani e per fare ciò bisogna risolvere due sistemi:

$$\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$$

ES.

$y = \frac{x+1}{3x-1}$ funzione algebrica razionale fratta

C.E. $\forall x \in R \;/\; 3x - 1 \neq 0 \rightarrow 3x \neq 1 \rightarrow x \neq \frac{1}{3}$

$(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$

Intersezione con gli assi

$$\begin{cases} y = \frac{x+1}{3x-1} \\ x = 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = \frac{1}{-1} = -1 \\ x = 0 \end{cases} \qquad A(0; -1)$$

$$\begin{cases} y = \frac{x+1}{3x-1} \\ y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{x+1}{3x-1} = 0 \\ y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x+1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \qquad B(-1; 0)$$

# Segno della funzione

Per calcolare gli intervalli di positività di una funzione, $y>0$, bisogna studiare la disequazione $f(x) > 0$

ES.

$y = \frac{x^2+1}{x-1}$ funzione algebrica razionale fratta

D: $\forall x \in \mathbb{R} \,/\, x-1 \neq 0$ ; $x \neq 1$


$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

Intersezione con gli assi:

$\begin{cases} y = \frac{x^2+1}{x-1} \\ x = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} y = \frac{1}{-1} = -1 \\ x = 0 \end{cases}$ $A(0; -1)$

$\begin{cases} y = \frac{x^2+1}{x-1} \\ y = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} \frac{x^2+1}{x-1} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} x^2+1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ non si annulla mai

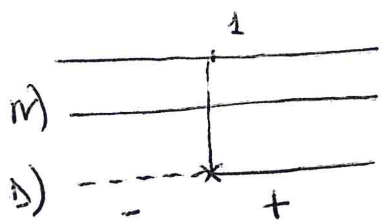
non ci sono intersezioni con l'asse x

Segno della funzione:

$y > 0$ per $\frac{x^2+1}{x-1} > 0$

N) $x^2+1 > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ (sempre positiva)

D) $x - 1 > 0$ per $x > 1$




$y > 0$ per $x > 1$

$y < 0$ per $x < 1$

Calcolare il dominio, le intersezioni con gli assi e il segno della funzione $y = \frac{x-1}{x+2}$

$y = \frac{x-1}{x+2}$ funzione algebrica razionale fratta

C.E. $\forall x \in R /\ x+2 \neq 0\ ;\ x \neq -2$

$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

Intersezione con gli assi:

$\begin{cases} y = \frac{x-1}{x+2} \\ x = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$ $A\left(0; -\frac{1}{2}\right)$

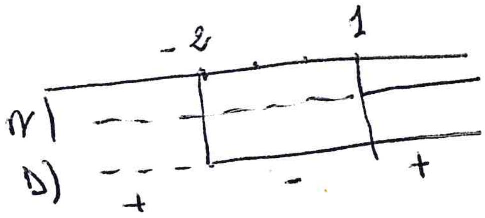
$\begin{cases} y = \frac{x-1}{x+2} \\ y = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} \frac{x-1}{x+2} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \end{cases}$ ; $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ ; $B(1; 0)$

Segno della funzione:

$y > 0$ per $\frac{x-1}{x+2} > 0$

N) $x - 1 > 0$ ; $x > 1$

D) $x + 2 > 0$ ; $x > -2$




$y > 0$ per $x < -2 \vee x > 1$

$y < 0$ per $-2 < x < 1$

# La derivata di una funzione

Uno dei problemi che portarono al concetto di derivata è quello della determinazione della retta tangente ad una curva in un punto.
La derivata di una funzione in un punto c rappresenta, infatti, il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione nel suo punto di ascissa c.
Lo studio del segno della derivata I di una funzione serve per determinare gli intervalli in cui la funzione cresce o decresce e quindi le coordinate dei punti di massimo o di minimo
Col calcolo della derivata seconda e lo studio del suo segno, si determinano gli intervalli in cui la funzione è concava o convessa e si calcolano le coordinate di eventuali punti di flesso

## REGOLE DI DERIVAZIONE

**Derivata della somma algebrica di più funzioni:** $D[f(x)+g(x)+h(x)+\ldots]=f'(x)+g'(x)+h'(x)$

**Derivata del prodotto di due funzioni:** $D[f(x)\cdot g(x)]=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

**Derivata del quoziente di due funzioni:** $D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

**Derivata della funzione composta o funzione di funzione:** $D[f(g(x))]=f'[g(x)]\cdot g'(x)$ $\circledast$

da fare

In base alle regole di derivazione e alla definizione di derivata di alcune funzioni elementa può giungere al seguente quadro riassuntivo delle derivate:

| Funzione | Derivata | Funzione | Derivata |
|---|---|---|---|
| $y$ = costante $k$ | $y'=0$ | $y=\arccos x$ | $y'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $y = Kx$ | $y' = K$ | | |
| $y=x^n$ | $y'=nx^{n-1}$ | $y=\mathrm{arctg}\, x$ | $y'=\frac{1}{1+x^2}$ |
| $y = K x^m$ | $y' = K\cdot m\, x^{m-1}$ | | |
| $y=\sqrt{x}$ | $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $y=\mathrm{arccotg}\, x$ | $y'=-\frac{1}{1+x^2}$ |
| $y=\sqrt[n]{x^m}$ | $y'=\frac{m}{n\sqrt[n]{x^{n-m}}}$ | $y=a^x$ | $y'=a^x \log_e a$ |
| $y=\mathrm{sen}x$ | $y'=\cos x$ | $y=e^x$ | $y'=e^x$ |
| $y=\cos x$ | $y'=-\mathrm{sen}\, x$ | $y=\log_a x$ | $y'=\frac{1}{x}\log_a e$ |
| $y=\mathrm{tg}x$ | $y'=\frac{1}{\cos^2 x}$ | $y=\ln x$ o $\log x$ | $y'=\frac{1}{x}$ |
| $y=\mathrm{cotg}x$ | $y'=-\frac{1}{\mathrm{sen}^2 x}$ | $y=x^x$ | $y'=x^x(\log x +$ |
| $y=\mathrm{arcsen}x$ | $y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | | |



7

| Funzione | Derivata | Funzione | Derivata |
|---|---|---|---|
| $y=[f(x)]^m$ | $y'=m[f(x)]^{m-1}f'(x)$ | $y=\text{arc tg} f(x)$ | $y'=\dfrac{1}{1+[f(x)]^2}\cdot f'(x)$ |
| $y=\sqrt{f(x)}$ | $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}}f'(x)$ | $y=\text{arc cotg} f(x)$ | $y'=-\dfrac{1}{1+[f(x)]^2}\cdot f'(x)$ |
| $y=\sqrt[n]{[f(x)]^m}$ | $y'=\dfrac{mf'(x)}{n\sqrt[n]{[f(x)]^{n-m}}}$ | $y=e^{f(x)}$ | $y'=e^{f(x)}\cdot f'(x)$ |
| $y=\text{sen} f(x)$ | $y'=\cos f(x)\cdot f'(x)$ | $y=a^{f(x)}$ | $y'=a^{f(x)}\cdot f'(x)\log_e a$ |
| $y=\cos f(x)$ | $y'=-\text{sen} f(x)\cdot f'(x)$ | $y=\log f(x)$ | $y'=\dfrac{1}{f(x)}\cdot f'(x)$ |
| $y=\text{tg} f(x)$ | $y'=\dfrac{1}{\cos^2 f(x)}\cdot f'(x)$ | $y=\log_a f(x)$ | $y'=\dfrac{1}{f(x)}\cdot f'(x)\log_a e$ |
| $y=\text{cotg} f(x)$ | $y'=-\dfrac{1}{\text{sen}^2 f(x)}\cdot f'(x)$ | $y=[f(x)]^{g(x)}$ | $y'=[f(x)]^{g(x)}[g'(x)\log f(x)+$ |
| $y=\text{arc sen} f(x)$ | $y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\cdot f'(x)$ | | $+g(x)\dfrac{f'(x)}{f(x)}$ |
| $y=\text{arc cos} f(x)$ | $y'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\cdot f'(x)$ | | |

## esempi

$y=-x^3+2x^2+x \qquad y'=-3x^2+4x+1$

$y=\dfrac{2x-3}{x^2-1} \qquad y'=\dfrac{2(x^2-1)-(2x-3)(2x)}{(x^2-1)}=\dfrac{-2x^2+6x-2}{(x^2-1)^2}$

$y=\sqrt{2x-1} \qquad y'=\dfrac{1}{2\sqrt{2x-1}}\cdot 2=\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$y=\dfrac{e^x}{e^x-1} \qquad y'=\dfrac{e^x(e^x-1)-e^x(e^x)}{(e^x-1)^2}=\dfrac{-e^x}{(e^x-1)^2}$



8

# Derivate

$y = x^5 - 2x^4 + 7x^2 + 1$ $\qquad$ $y' = 5x^4 - 8x^3 + 14x$

$y = \dfrac{2x}{x-1}$ $\qquad$ $y' = \dfrac{2(x-1) - 2x \cdot 1}{(x-1)^2} = \dfrac{\cancel{2x} - 2 - \cancel{2x}}{(x-1)^2}$

$y = \text{sen}\, x + 1$ $\qquad$ $y' = \cos x$

$y = (x-2)x^2$ $\qquad$ $y' = 1 \cdot x^2 + (x-2) \cdot 2x = x^2 + 2x^2 - 4x =$
$= 3x^2 - 4x$

$y = \text{sen}\, 2x + \cos x$ $\qquad$ $y' = \cos 2x \cdot 2 - \text{sen}\, x$

$y = \text{sen}\, 4x$ $\qquad$ $y' = \cos 4x \cdot 4$

$y = \text{sen}^2 x$ $\qquad$ $y' = 2\, \text{sen}\, x \cos x$

$y = (x-1)(x^2+x+1)$ $\qquad$ $y' = 1(x^2+x+1) + (x-1)(2x+1) =$
$= x^2 + \cancel{x} + \cancel{1} + 2x^2 + \cancel{x} - \cancel{2x} - \cancel{1} =$
$= 3x^2$

$y = \text{sen}^2 2x$ $\qquad$ $y' = 2\, \text{sen}\, 2x \cdot \cos 2x \cdot 2$

$y = \text{sen}\, x \cos x$ $\qquad$ $y' = \cos x \cdot \cos x + (\text{sen}\, x)(-\text{sen}\, x) =$
$= \cos^2 x - \text{sen}^2 x$

$y = \operatorname{sen}(2x^3)$ $\qquad$ $y' = \cos 2x^3 \cdot 6x^2$

$y = x^2 (x^2 - 1)$ $\qquad$ $y' = 2x(x^2-1) + x^2 \cdot 2x =$
$= 2x^3 - 2x + 2x^3 = 4x^3 - 2x$

$y = \ln \operatorname{sen} x$ $\qquad$ $y' = \dfrac{1}{\operatorname{sen} x} \cdot \cos x$

$y = \cos(x^2+1)$ $\qquad$ $y' = -\operatorname{sen}(x^2+1) \cdot 2x$

$y = 3 \operatorname{sen} x \cos^2 x$ $\qquad$ $y' = 3\cos x \cdot \cos^2 x + 3 \operatorname{sen} x \cdot 2\cos x \cdot$
$\cdot (-\operatorname{sen} x) = 3\cos^3 x - 6 \operatorname{sen}^2 x \cos x$

$y = \operatorname{sen}^2 x^3$ $\qquad$ $y' = 2 \operatorname{sen} x^3 \cdot \cos x^3 \cdot 3x^2$

$y = e^{\operatorname{sen} 2x}$ $\qquad$ $y' = e^{\operatorname{sen} 2x} \cdot \cos 2x \cdot 2$

$y = x \ln x$ $\qquad$ $y' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \dfrac{1}{x} = \ln x + 1$

[redacted] COGNOME ............................................... NOME................................CLASSE 4^.......... DATA ....................

PUNTEGGIO : **punti 1 per ciascun esercizio ESATTO.**

| | |
|---|---|
| **FUNZIONE** | Spiega perché **Y=**$\frac{2-2x}{2x-6}$ **NON è una funzione Reale a valori Reali** |
| **DOMINIO** | Calcola il **DOMINIO di Y=** $\frac{x+2}{x^2-4x+3}$ |
| **DOMINIO** | Calcola il **DOMINIO di Y=**$\frac{2-2x}{2x-6}$ |
| **INTERSEZIONI CON GLI ASSI** | Calcola le coordinate dei **punti di intersezione con gli assi cartesiani** di **Y=−5X+5** |
| **INTERSEZIONI CON GLI ASSI** | Calcola le coordinate dei **punti di intersezione con gli assi cartesiani di Y=4X$^2$−7X** |
| **SEGNO** | Determina il **Segno di Y=−5X+5** |
| **SEGNO** | Determina il **Segno di Y=4X$^2$−7X** |
| **DERIVATE** | Calcola la derivata di **Y=4X$^2$−7X+3** |
| **DERIVATE** | Calcola la derivata di Y=(SENX)(COSX) |
| **DERIVATE composte** | Calcola la derivata di Y=SEN(2X$^3$) |

Copia il testo che intendi svolgere ed esegui, nell'ordine da te preferito.