ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE "PANELLA – VALLAURI" – R.C.

ALLA FAMIGLIA DELL'ALUNNO ....

CLASSE 3^ SEZ. ....

Argomenti di MATEMATICA trattati nel corso di recupero estivo - A.S. 2016/17 :

- DISEQUAZIONI DI 2° GRADO INTERE E FRATTE
- RETTA E PARABOLA (grafico e intersezioni)
- FUNZIONE ESPONENZIALE, LOGARITMI E PROPRIETA' (semplici applicazioni: equazioni logaritmiche, ecc.)

ORE di PRESENZA dell'alunno al corso: .... su 15

NOTE:

- Viene fornita una breve dispensa relativa agli argomenti trattati;
- Il lavoro in essa indicato deve essere svolto dopo il 15 agosto e costituisce un ripasso in vista degli esami di fine agosto;
- GLI ESAMI SONO PREVISTI PER LUNEDI 28 AGOSTO dalle 15 alle 16,30 (UNA PROVA SCRITTA)
- Presentare al proprio insegnante la dispensa compilata, durante l'esame di recupero, a testimonianza del lavoro svolto;
- IL CORSO OVVIAMENTE NON PUO' GARANTIRE IL COMPLETO RECUPERO DELLE LACUNE per cui ogni ragazzo DEVE CONTINUARE AUTONOMAMENTE A STUDIARE a casa, ANCHE dopo la fine del corso stesso.
- La prova d'esame riguarderà le tematiche trattate durante il corso.

Il docente che ha tenuto il Corso: prof. FALSONE CARMELA

Firma di un famigliare (per presa visione)

....

Disequazioni

Si dice disequazione una disuguaglianza che contiene almeno una incognita in almeno uno dei due membri:

$$f(x) \gtrless g(x)$$

Disequazioni intere di 1° grado: $ax \lesseqgtr b$

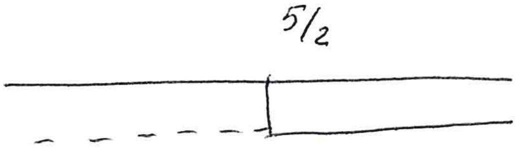
$3(x-1) > x+2$

$3x - 3 > x + 2$

$3x - x > 2 + 3$

$2x > 5$

$x > \frac{5}{2}$



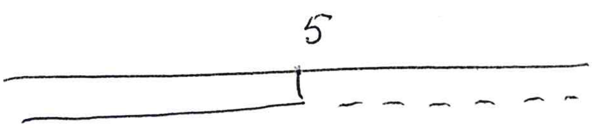
$3(x-4) < x-2$

$3x - 12 < x - 2$

$3x - x < 12 - 2$

$2x < 10$

$x < \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}$



Disequazione intera di secondo grado: si possono presentare vari casi

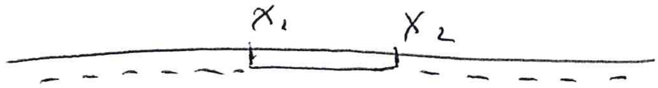
$\Delta > 0$

$ax^2+bx+c>0$ (valori esterni alle radici)

$x < x_1$ e $x > x_2$

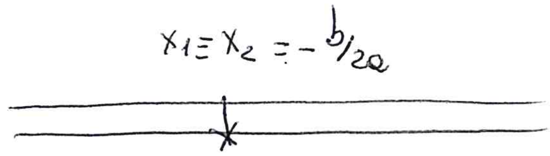
$ax^2+bx+c<0$ (valori interni alle radici

$x_1 < x < x_2$

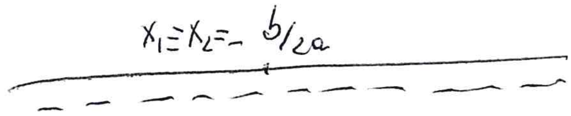


$\Delta = 0$

$ax^2+bx+c>0$ $\quad \forall x \in R \,/\, x \neq -\dfrac{b}{2a}$



$ax^2+bx+c<0$ $\quad \nexists\, x \in R$



$\Delta < 0$

$ax^2+bx+c>0$ $\quad \forall x \in R$

$ax^2+bx+c<0$ $\quad \nexists\, x \in R$

$5x^2+6x-11<0$

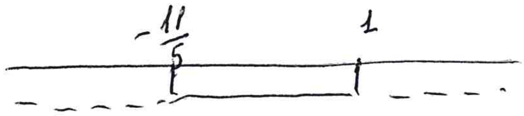
$\Delta = b^2-4ac = 36+220 = 256 > 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{256}}{10} = \frac{-6 \pm 16}{10}$

$x_1 = \frac{-6-16}{10} = \frac{-22}{10} = -\frac{11}{5}$

$x_2 = \frac{-6+16}{10} = \frac{10}{10} = 1$

$-\frac{11}{5} < x < 1$



$x^2-5x+4>0$

$\Delta = b^2-4ac = 25-16 = 9 > 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$

$x_1 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$x < 1 \lor x > 4$

Disequazione fratta: si possono presentare due casi:

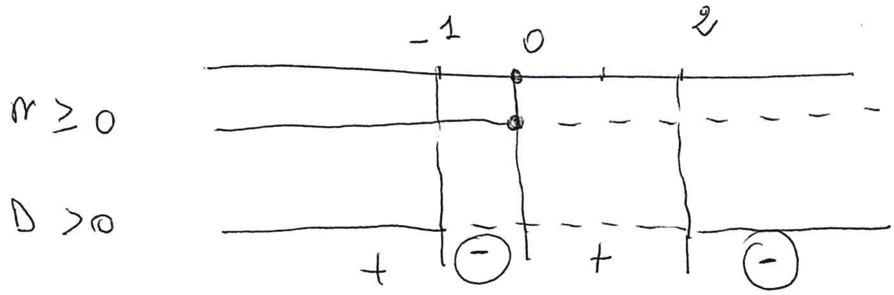
$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ si pone $f(x)>0$, $g(x)>0$, si fa il grafico delle soluzioni, il prodotto dei segni degli intervalli e si prendono quelli positivi

$\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ si pone $f(x)>0$, $g(x)>0$, si fa il grafico delle soluzioni, il prodotto dei segni degli intervalli e si prendono quelli negativi

$$\frac{-6x}{x^2-x-2} \le 0$$

N) $-6x \ge 0$; $6x \le 0$; $x \le 0$

D) $x^2-x-2>0$; svolgendo i calcoli si avrà $x<-1$ e $x>2$



soluzioni

$-1 < x \le 0 \vee x > 2$

$$\frac{x^2-9x+18}{x^2-11x+28}>0$$

N) $x^2-9x+18>0$

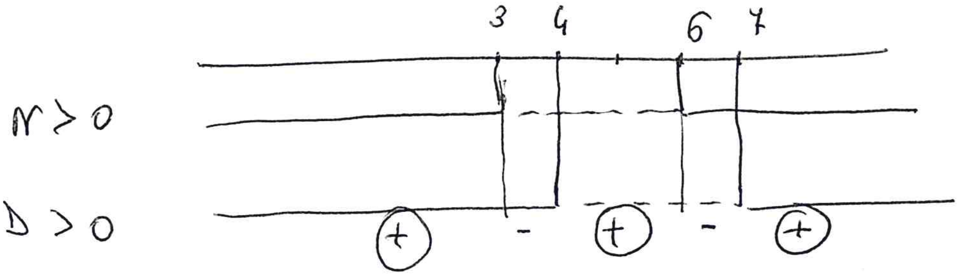
$\Delta = b^2-4ac = 81-72 = 9>0$

$$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9\pm\sqrt{9}}{2} = \frac{9\pm 3}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{9-3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{9+3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \end{cases}$$

D) $x^2-11x+28>0$

$\Delta = b^2-4ac = 121-112 = 9>0$

$$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11\pm\sqrt{9}}{2} = \frac{11\pm 3}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{11-3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{11+3}{2} = \frac{14}{2} = 7 \end{cases}$$



$x<3 \;\lor\; 4<x<6 \;\lor\; x>7$

Risolvi :

1) $x^2 - 10x - 16 < 0$

2) $x^2 - 3 > 0$

3) $4x^2 - 10x + 48 < 0$

4) $3x^2 - 12x + 9 > 0$

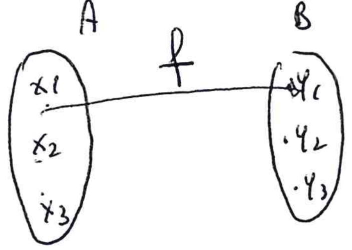
5) $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x^2 - 8x + 15} < 0$

6) $\dfrac{5x + 3}{5x - 1} > 0$

7) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{3x - 2} > 0$

8) $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 2x} < 0$

Le funzioni



La funzione è una relazione tra una variabile indipendente (x) e una dipendente (y)

Il Dominio o campo di esistenza è l'insieme da attribuire alla x per ottenere valori reali di y.

$F(x;y)=0$ è la funzione in forma implicita.

$y=f(x)$ è la funzione in forma esplicita

La retta

La retta generica scritta in forma implicita è $ax + by + c = 0$

Per trasformarla in forma esplicita

$by = -ax - c$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

dove $-\frac{a}{b} = m$ coefficiente angolare e

$-\frac{c}{b} = q$ punto di intersezione della retta con l'asse y

quindi la retta diventa $y = mx + q$

Se il termine noto è zero, la retta passa per l'origine degli assi di un piano cartesiano.

L'equazione dell'asse delle ascisse (x) è $y = 0$

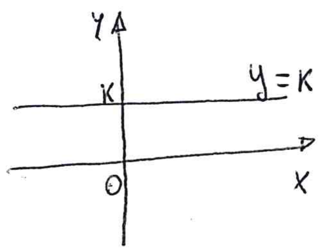
L'equazione dell'asse delle ordinate (y) è $x = 0$

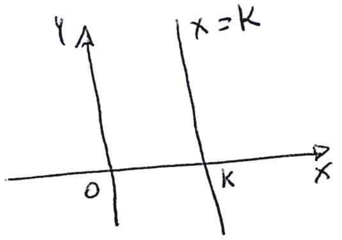
Se la retta è parallela all'asse delle ascisse ha equazione $y = K$; se è parallela all'asse delle ordinate ha equazione $x = K$.

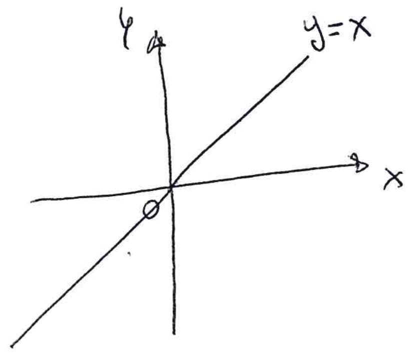
$y = x$ è l'equazione della bisettrice del I e III quadrante

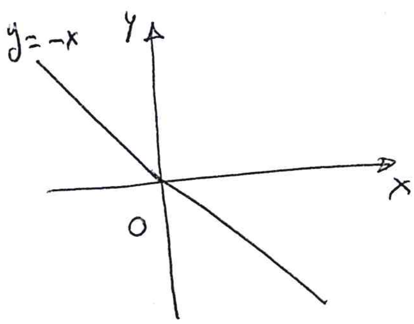
$y = -x$ è l'equazione della bisettrice del II e IV quadrante.

Date due rette di equazione $y = m_1 x + q_1$ e $y = m_2 x + q_2$, esse sono parallele se $m_1 = m_2$, perpendicolari se $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ cioè $m_1 \cdot m_2 = -1$









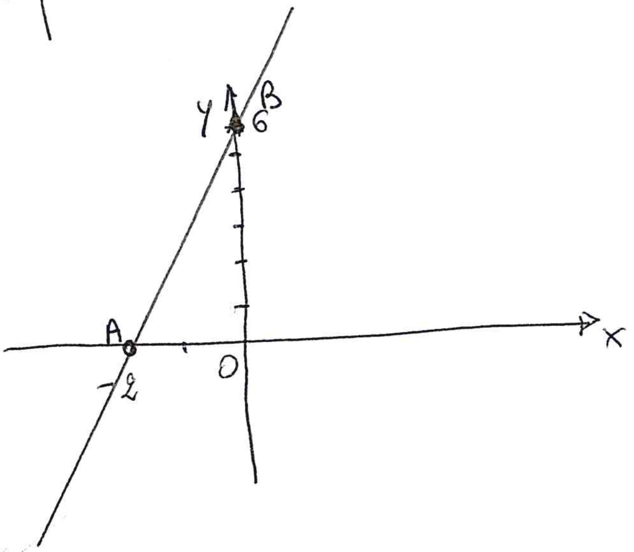
Rappresentazione grafica

$-3x + y - 6 = 0$ eq. retta implicita

$y = 3x + 6$ forma esplicita

x	y
-2	$3(-2)+6=0$
0	$3(0)+6=6$

$A(-2; 0)$
$B(0; 6)$



$m = 3$

$q = 6$

$-6x + 2y + 6 = 0$ implicita

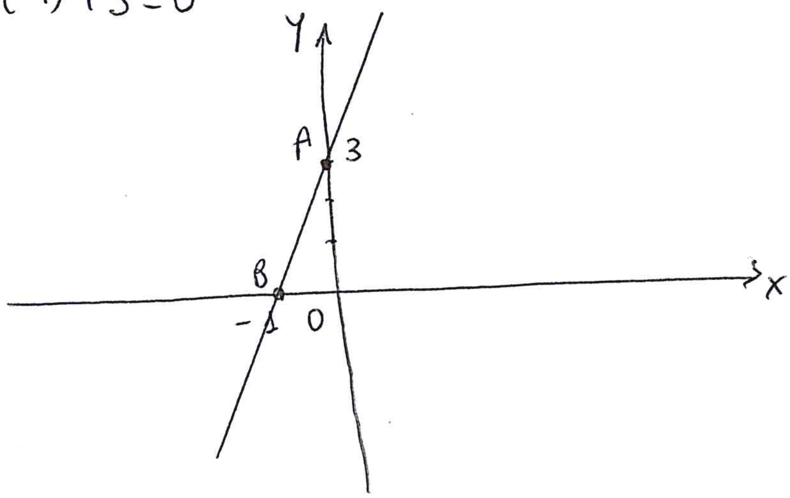
$2y = 6x + 6$

$y = 3x + 3$ esplicita

$m = 3$
$q = 3$

x	y
0	3
-1	$3(-1)+3=0$

$A(0; 3)$
$B(-1; 0)$



Intersezione di due rette

$$\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

Sostituiamo

$$\begin{cases} 2x + x + 4 - 8 = 0 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4 = 0 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 4 \\ y = x + 4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = 4/3 \\ y = \frac{4}{3} + 4 = \frac{4 + 12}{3} = \frac{16}{3} \end{cases} \quad P\left(\frac{4}{3} ; \frac{16}{3}\right)$$

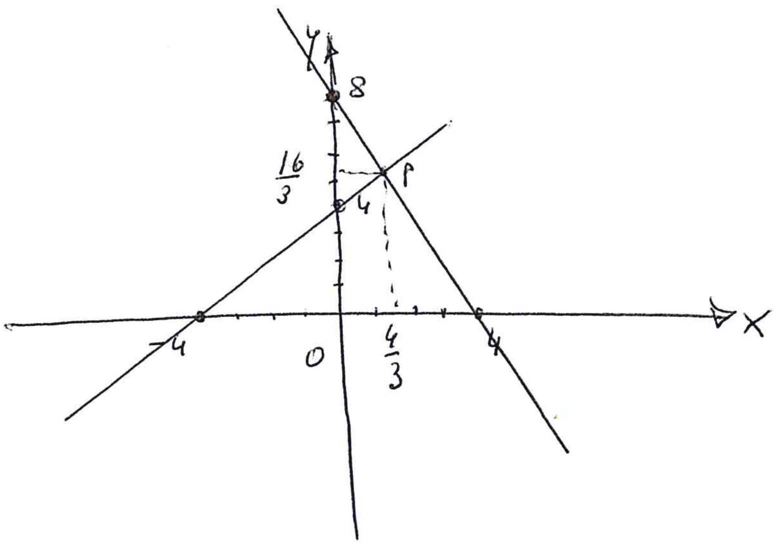
Rappresentiamole graficamente

$2x + y - 8 = 0$

$y = -2x + 8$ $\qquad$ $y = x + 4$

x	y
0	8
4	0

x	y
0	4
-4	0



Calcola il punto di intersezione fra le rette $2x+3y-7=0$ e $5x-2y-8=0$ e rappresentale graficamente

La parabola

La parabola è una conica ma è anche il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto detto fuoco F e da una retta detta direttrice che non lo contiene

Equazione canonica della parabola:

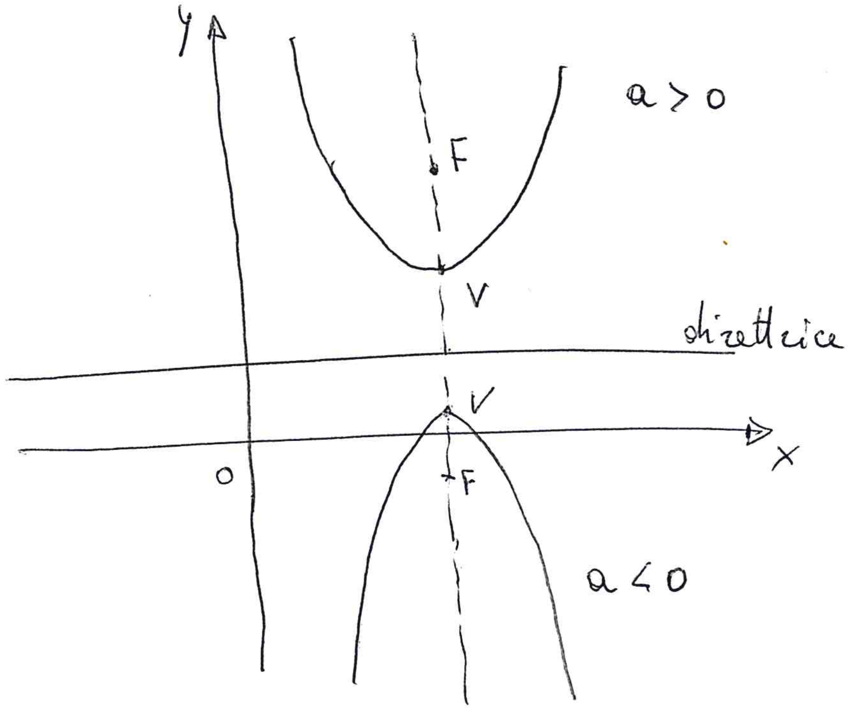
$$y = ax^2 + bx + c$$

Vertice: $V\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

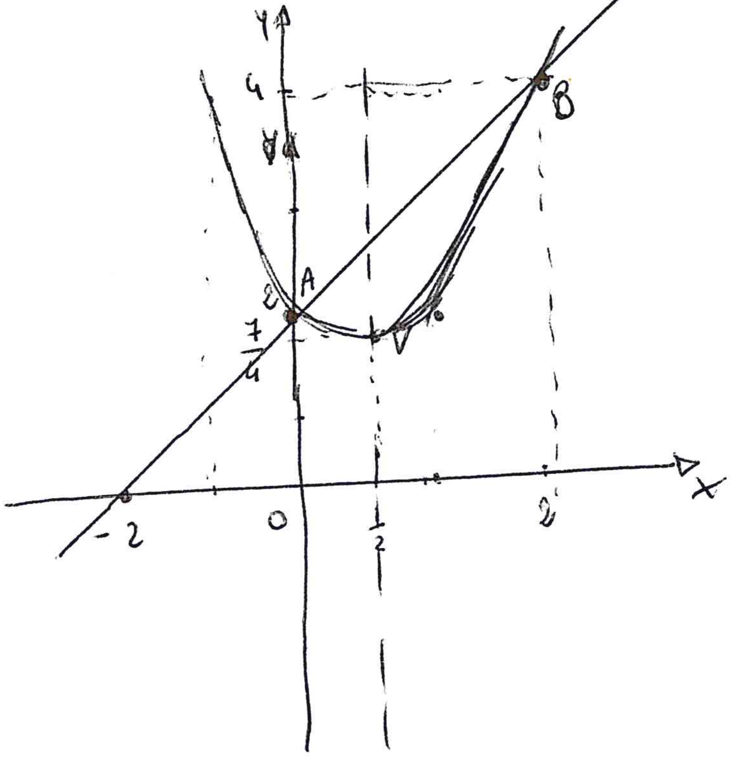
Fuoco: $F\left(-\frac{b}{2a} ; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

Asse di simmetria: $x = -\frac{b}{2a}$

Direttrice: $y = \frac{-1-\Delta}{4a}$



Rappresenta graficamente la parabola $y = x^2 - x + 2$ e la retta $x - y + 2 = 0$ e calcola le coordinate dei punti di intersezione



$y = x^2 - x + 2$

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

asse $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$

$V\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$

x	y
0	2
1	2

$x - y + 2 = 0$

$y = x + 2$

x	y
0	2
-2	0

$\begin{cases} y = x^2 - x + 2 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = x^2 - x + 2 \\ x - x^2 + x - \cancel{2} + \cancel{2} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^2 - x + 2 \\ -x^2 + 2x = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = x^2 - x + 2 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = x^2 - x + 2 \\ x(x-2) = 0 \end{cases}$ $x=0$, $x=2$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 - 2 + 2 = 4 \end{cases}$

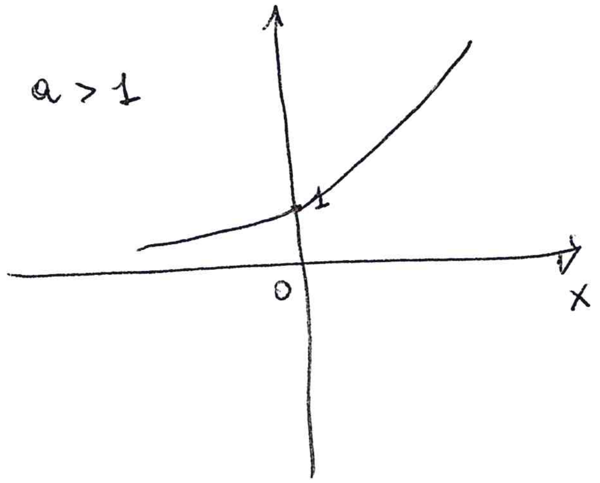
$A(0;2)$; $B(2;4)$

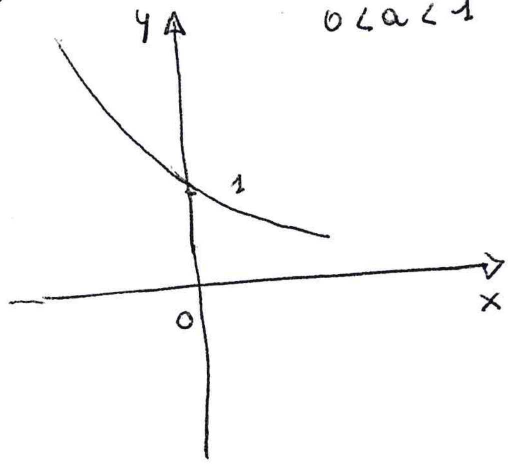
Rappresenta graficamente la parabola $y = -x^2 + 4$ e la retta $2x + y - 1 = 0$ e calcola le coordinate dei punti di intersezione.

13 bis

La funzione esponenziale e logaritmica

Si chiama funzione esponenziale $y = a^x$ con $a > 0$ e $a \neq 1$. Il diagramma che rappresenta la funzione si dice curva esponenziale.



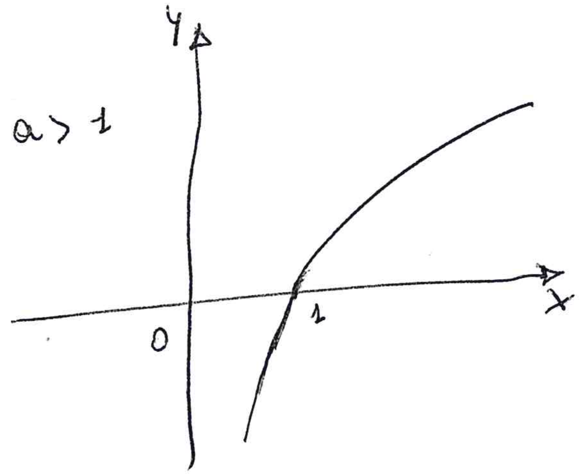


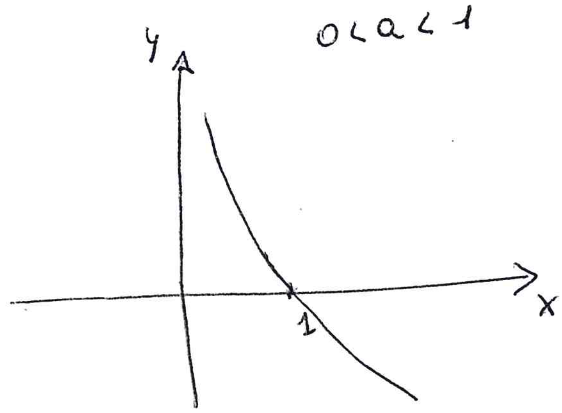
L'equazione $a^x = b$ si chiama equazione esponenziale elementare e risolverla significa trovare il valore da dare alla x affinché a^x sia uguale a b. La soluzione esiste ed è unica e viene indicata con: $x = \log_a b$ quando a e b sono reali e positivi, con $a \neq 1$.

Possiamo quindi affermare che il logaritmo di un numero $b > 0$ è l'esponente da dare alla base a ($a > 0$; $a \neq 1$) per ottenere il numero stesso (b è detto "argomento"). In simboli sarà:

$$a^x = b \implies x = \log_a b$$

Il diagramma che rappresenta la funzione $y = \log_a x$ si dice curva logaritmica e la funzione è detta funzione logaritmica



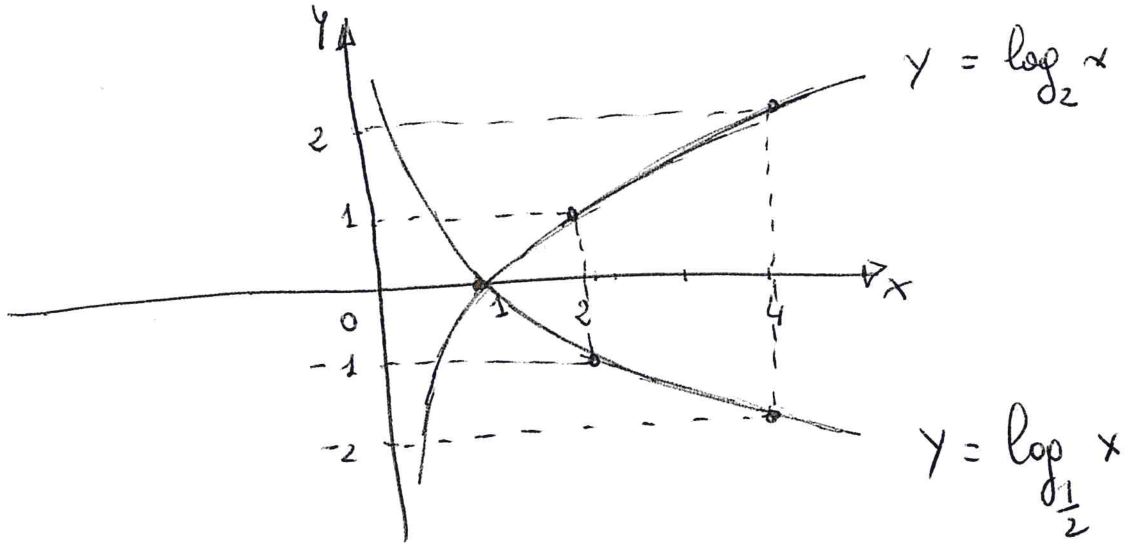


$y = \log_2 x$

x	y
1	0
2	1
4	2
8	3

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$

x	y
1	0
2	-1
4	-2
8	-3



I logaritmi decimali sono quelli a base 10

$$\log_{10} N = \mathrm{Log}\, N$$

I logaritmi naturali sono quelli a base "e"

$$\log_{e} N = \ln N$$

Valgono le seguenti proprietà o teoremi :

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log (a \cdot b \cdot c \ldots) = \log a + \log b + \log c + \ldots$$

$$\log \left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$$

$$\log a^m = m \log a$$

$$\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$$

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

Un'equazione che presenta l'incognita all'esponente si chiama esponenziale

$$a^x = b \quad \text{con } a, b \in R$$

$$27^{-x^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-3x^2} = 3^{-2} \Rightarrow 3x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$3^x = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^x = 3^{-3} \Rightarrow x = -3$$

$$7^{x+2} = 49 \cdot 7^{2x-3}$$

$$7^{x+2} = 7^2 \cdot 7^{2x-3}$$

$$7^{x+2} = 7^{2x-3+2}$$

$$7^{x+2} = 7^{2x-1}$$

$$x + 2 = 2x - 1$$

$$x - 2x = -2 - 1$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

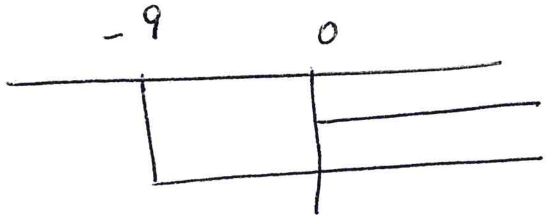
Una equazione si dice logaritmica se l'incognita compare in almeno uno degli argomenti di un logaritmo

$$\log f(x) = b$$

Per risolvere tali equazioni è necessario applicare i teoremi inversi sui logaritmi; inoltre le soluzioni devono essere tali per cui l'argomento, o gli argomenti, devono essere sempre positivi -

$$2 \log x - \log (9+x) = \log \frac{1}{10}$$

C. E. $\begin{cases} x > 0 \\ 9 + x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 0 \\ x > -9 \end{cases}$



$X > 0$

$$\log x^2 - \log(9+x) = \log \frac{1}{10}$$

$$\log \frac{x^2}{9+x} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{x^2}{9+x} = \frac{1}{10}$$

$10x^2 = 9 + x$; $10x^2 - x - 9 = 0$;

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 360 = 361 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{361}}{20} = \frac{1 \pm 19}{20}$$

$$x_1 = \frac{1-19}{20} = -\frac{18}{20} = -\frac{9}{10}$$

$$x_2 = \frac{1+19}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

$x_1 = -\frac{9}{10}$ non accettabile

$x_2 = 1$ accettabile

Kisotwl

$$25^{4x-3} \cdot 5^{7x-2} = 5^{3x+4}$$

$$\log(7x-9) + \log(3x-4) = \log 10$$

$$\log x = \log(2x-10)$$

$$2\log(x+1) = \log(x+2)$$

18 bl

COGNOME .... NOME.............................CLASSE 3^ .... DATA ....

PUNTEGGIO : **è indicato per ciascun esercizio ESATTO.**

Grafico della retta	Disegna la retta Y=2X+1 sul piano cartesiano. (PUNTI 1)	
Grafico della parabola	Disegna la parabola di equazione $Y=3X^2+2X+1$, per punti, dopo aver trovato asse e vertice. (PUNTI 1)	
Intersezioni algebrica tra rette	Calcola le coordinate dei punti di intersezione tra le rette di equazione 4X+Y−6=0 e 2X+3Y−8=0. (PUNTI 1,5)	
Intersezioni algebrica tra retta e parabola	Trova i punti di intersezione tra la parabola $Y=3X^2+2X+1$ e la retta y=4X+2. (PUNTI 2)	
Disequazione di 2^grado	Risolvi: $5X^2+2X-7>0$. (PUNTI 1,5)	
DISEQUAZIONE FRATTA	$\frac{7x-14}{x^2+2x-3}$**>0**. (PUNTI 2)	
Equazione logaritmica	$\log(x+1)+\log(x-1)=\log(15)$ (PUNTI 1)	

Copia il testo che intendi svolgere ed esegui, nell'ordine da te preferito.