

**CORSO DI AZZERAMENTO DA SVILUPPARE
DAL 14 SETTEMBRE AL 30 SETTEMBRE**

**ARGOMENTI DI MATEMATICA
CLASSE PRIMA**

LE ESPRESSIONI CON I MONOMI

1) Semplifica la seguente espressione:

$$\begin{aligned} & 2a\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3 - ab(-a^3b)^2 + (a^2 + 2a^2)^4 - (-9a^4)^2 = \\ & = 2a \cdot \left(-\frac{1}{8}a^6b^3\right) - ab(+a^6b^2) + (3a^2)^4 - (+81a^8) = \\ & = \frac{1}{8}a^7b^3 - a^7b^3 + \cancel{81a^8} - \cancel{81a^8} = \\ & = -\frac{1}{4}a^7b^3 - a^7b^3 = \\ & = \frac{-a^7b^3 - 4a^7b^3}{4} = -\frac{5}{4}a^7b^3. \end{aligned}$$

Osservazioni

Monomi che hanno la stessa parte letterale si dicono simili e possono sommarsi algebricamente (ad esempio $-\frac{1}{4}a^7b^3$ e $-a^7b^3$).

Per eseguire la potenza di un monomio occorre applicare le proprietà seguenti:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n \quad ; \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

Pertanto, nell'espressione precedente si ha:

$$\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (a^2)^3 \cdot b^3 = -\frac{1}{8}a^6b^3$$

$$(-a^3b)^2 = +(a^3)^2 \cdot b^2 = +a^6b^2$$

$$(-9a^4)^2 = +9^2 \cdot (a^4)^2 = +81a^8$$

1) Semplifica la seguente espressione:

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{5}{2}ab - ab \right)^2 \cdot (-a^2b) \right] - (3a^3b^3)^2 : (9ab^2)^2 + \left(-\frac{3}{2}a^2 \right)^2 b^3 = \\
 & = \left[\left(\frac{5ab - 2ab}{2} \right)^2 \cdot (-a^2b) \right] - (9a^6b^6) : (81a^2b^4) + \left(+\frac{9}{4}a^4 \right) \cdot b^3 = \\
 & = \left[\left(\frac{3ab}{2} \right)^2 \cdot (-a^2b) \right] - \frac{9}{81} a^4 b^2 + \frac{9}{4} a^4 b^3 = \\
 & = \left[\frac{9}{4} a^2 b^2 \cdot (-a^2b) \right] - \frac{1}{9} a^4 b^2 + \frac{9}{4} a^4 b^3 = \\
 & = -\frac{9}{4} a^4 b^3 - \frac{1}{9} a^4 b^2 + \frac{9}{4} a^4 b^3 = \\
 & = -\frac{1}{9} a^4 b^2.
 \end{aligned}$$

Observazioni

Due monomi simili sono opposti se hanno segno opposto i loro coefficienti; la somma di due monomi opposti è 0. Ad esempio nell'espressione precedente $-\frac{9}{4}a^4b^3$ e $+\frac{9}{4}a^4b^3$ sono monomi opposti e possono eliminarsi perché la loro somma è zero.

Nel prodotto fra monomi si deve fare:

il prodotto dei segni (+ · + = +, - · - = +, + · - = -, - · + = -),
 il prodotto dei coefficienti;
 nella parte letterale la somma degli esponenti di ciascuna lettera.

Ad esempio: $\frac{9}{4}a^2b^2 \cdot (-a^2b) = -\frac{9}{4}a^4b^3$.

Nella divisione fra monomi si deve fare:

la divisione fra i segni (+ : + = +, - : - = +, + : - = -, - : + = -)
 la divisione fra i coefficienti;

nella parte letterale la differenza degli esponenti di ogni lettera.

OPERAZIONI CON I POLINOMI

Semplifica le seguenti espressioni:

$$1) -3ab(a^2+b^2)+ab(a^2-b^2)+2ab(a^2+2b^2) =$$
$$= -\cancel{3a^3b} - \cancel{3ab^3} + \cancel{a^3b} - \cancel{ab^3} + \cancel{2a^3b} + \cancel{4ab^3} = 0$$

$$2) \frac{5}{4}a \left(\frac{8}{15}x^3 - \frac{8}{5}x^2\gamma \right) + (x^2-5) \cdot x - \frac{2}{3}x^2a(x-3\gamma+\frac{3}{2}a) =$$
$$= \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} a x^3 - \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{5} a x^2 \gamma + x^2 a^2 - 5x - \frac{2}{3} x^3 a + \frac{2}{3} x^2 a \gamma - \frac{2}{3} x^2 a^2$$
$$= \frac{2}{3} a x^3 - 2 a x^2 \gamma + x^2 a^2 - 5x - \frac{2}{3} x^3 a + 2 x^2 a \gamma - \frac{2}{3} a^2 x^2 =$$
$$= -5x.$$

$$3) (a^2+3a+2) \cdot (a+3) - (a+1)(a+2) - a^2(a+5) =$$
$$= a^3 + 3a^2 + 3a^2 + 9a + 2a + 6 - (a^2 + 2a + a + 2) - a^3 - 5a^2 =$$
$$= \cancel{a^3} + \cancel{3a^2} + \cancel{3a^2} + \underline{9a} + \underline{2a} + \underline{6} - \cancel{a^2} - \cancel{2a} - \underline{a} - \underline{2} - \cancel{a^3} - \cancel{5a^2} =$$
$$= 8a + 4.$$

$$4) 9(x^2\gamma)^2 + \frac{1}{4}x(x\gamma+3\gamma) - \frac{x\gamma}{3} \cdot (3x+1) - x^2(3x\gamma)^2 =$$
$$= 9(x^4\gamma^2) + \frac{1}{4}x^2\gamma + \frac{3}{4}x\gamma - x^2\gamma - \frac{x\gamma}{3} - x^2(9x^2\gamma^2) =$$
$$= \cancel{9x^4\gamma^2} + \frac{1}{4}x^2\gamma + \frac{3}{4}x\gamma - x^2\gamma - \frac{x\gamma}{3} - \cancel{9x^4\gamma^2} =$$
$$= \frac{x^2\gamma - 4x^2\gamma}{4} + \frac{9x\gamma - 4x\gamma}{12} =$$
$$= -\frac{3}{4}x^2\gamma + \frac{5}{12}x\gamma.$$

$$5) 3x(x+2) - (x-1) - (x+3)(x-3) - 2x^2 =$$
$$= 3x^2 + 6x - x + 1 - (x^2 - 3x + 3x - 9) - 2x^2 = 3x^2 + 6x - x + 1 - x^2 + 9 - 2x^2 =$$
$$= 5x + 10.$$

PRODOTTI NOTEVOLI

Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} 1) (1-2x)^2 + (x+2)^2 - 5(x^2-2) &= \\ &= 1 + 4x^2 - 4x + x^2 + 4 + 4x - 5x^2 + 10 = \\ &= 15 \end{aligned}$$

Quadrato di un binomio:

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \\ (a-b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) (x+a+2)^2 - (x+a)^2 - 4(2+x+a) &= \\ &= x^2 + a^2 + 4 + 2ax + 4a + 4x - (x^2 + a^2 + 2ax) \\ &\quad - 8 - 4x - 4a = \\ &= \cancel{x^2} + \cancel{a^2} + 4 + 2\cancel{ax} + 4a + 4\cancel{x} - \cancel{x^2} - \cancel{a^2} - 2\cancel{ax} - 8 - 4\cancel{x} - 4a = \\ &= -4. \end{aligned}$$

Quadrato di un trinomio

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 \\ &\quad + 2ab + 2bc + 2ac \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) (2a+1)^3 - (a-2)^3 - 7(a^3-1) - 2(a^2+a-1)(a^2-a-1) + 2a^4 &= \\ &= (2a)^3 + 1^3 + 3(2a)^2 \cdot 1 + 3(2a) \cdot 1^2 - [a^3 - 2^3 + 3(a)^2 \cdot (-2) + 3(a) \cdot (-2)^2] \\ &\quad - 7a^3 + 7 - 2(a^4 - a^3 - a^2 + a - a^2 + a - a^2 + a + 1) + 2a^4 = \\ &= 8a^3 + 1 + 12a^2 + 6a - [a^3 - 8 - 6a^2 + 12a] - 7a^3 + 7 - 2(a^4 - 3a^2 + 2a + 1) + 2a^4 = \\ &= \cancel{8a^3} + 1 + 12a^2 + 6a - \cancel{a^3} + 8 + 6a^2 - 12a - \cancel{7a^3} + 7 - 2a^4 + 6a^2 - 2 + 2a \\ &= 24a^2 - 6a + 14. \end{aligned}$$

Cubo di un binomio

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \\ (a-b)^3 &= a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 \end{aligned}$$

$$4) (x+3)(x-3) = x^2 - 9$$

Somma per differenza di due monomi

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned}
 5) \quad & 3a^2 + (2a - 5b)(2a + 5b) - b(a - 3b) + 22b^2 + ab = \\
 & = 3a^2 + 4a^2 - \cancel{25b^2} - \cancel{ab} + \cancel{3b^2} + \cancel{22b^2} + \cancel{ab} = \\
 & = 7a^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) \quad & (a+b+2)^2 + (a-b)(a+b) - 2(a+1)(a+b) = \\
 & = a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4a + 4b + a^2 - b^2 - 2(a^2 + ab + a + b) = \\
 & = \cancel{a^2} + \cancel{b^2} + 4 + \cancel{2ab} + \underline{4a} + \underline{4b} + \cancel{a^2} - \cancel{b^2} - \cancel{2a^2} - \cancel{2ab} - \underline{2a} - \underline{2b} = \\
 & = 2a + 2b + 4.
 \end{aligned}$$

7) Quando è possibile, scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

$$x^3 + 4x = x(x^2 + 4)$$

$$8a^4 - 4a^3 + 2a^2 = 2a^2(4a^2 - 2a + 1)$$

$$a^2x + 12ax + 9ax^2 = ax \cdot (a + 12 + 9x)$$

8) Scomponi in fattori mediante il metodo del raccoglimento parziale.

$$\underline{5ax} - \underline{x} - \underline{5a} + \underline{1} = x(5a - 1) - (5a - 1) = (x - 1)(5a - 1)$$

$$\underline{x^3} + \underline{12x^2} + \underline{6x} + \underline{72} = x^2(x + 12) + 6(x + 12) = (x^2 + 6)(x + 12)$$

$$\underline{12a^2} - \underline{4a} - \underline{3a} + \underline{1} = 4a(3a - 1) - (3a - 1) = (4a - 1)(3a - 1)$$

$$\underline{2ax} + \underline{4x} - \underline{3a} - \underline{6} = 2x(a + 2) - 3(a + 2) = (2x - 3)(a + 2)$$

COGNOME NOME.....CLASSE 1^ DATA

PUNTEGGIO : punti 1 per ciascun esercizio ESATTO.

MONOMIO per POLINOMIO	$-2X^3 \cdot (+7-5X+3X^2) =$
l'addizione tra due POLINOMI	$(+2-5X+2X^2) + (-4-3X+5X^2) =$ =.....= =.....=
sottrazione tra due POLINOMI	$(+4-3X+2X^3) - (-3-2X+4X^2) =$ =.....= =.....=
moltiplicazione tra due POLINOMI	$(+6-5X) \cdot (3-4X) =$= =.....=
SOMMA PER DIFFERENZA	$(3X+5) \cdot (3X-5) =$
QUADRATO DI UN BINOMIO	$(2X^2+5)^2 =$
Semplifica l'espressione	$(X+1) \cdot (X-1) + (X+4) \cdot (X-4) =$ =.....= =.....=
Semplifica l'espressione	$(X+3)^2 + (X+2)^2 =$ =.....= =.....=
Semplifica l'espressione	$-3X \cdot (-5+2X-2X^2) + (-3+2X) \cdot (1-4X) =$ =.....= =.....=
Semplifica l'espressione	$(2X+3) \cdot (2X-3) + (X+3)^2 =$ =.....= =.....=